Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE ***Simulare***

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_3^2=b_2b_4 \Rightarrow 3^2=6b_4$	**3p**
	$b_4=\frac{3}{2}$	**2p**
2.	$f(2024)=\frac{2024^2+2}{2024^2+1}$	**2p**
	$f\left(\frac{1}{2024}\right)=\frac{2\cdot 2024^2+1}{2024^2+1} \Rightarrow f(2024)+f\left(\frac{1}{2024}\right)=\frac{2024^2+2}{2024^2+1}+\frac{2\cdot 2024^2+1}{2024^2+1}=\frac{3\left(2024^2+1\right)}{2024^2+1}=3$	**3p**
3.	$x+5+2\sqrt{x+5}\cdot\sqrt{5-x}+5-x=20 \Rightarrow \sqrt{(x+5)(5-x)}=5 \Rightarrow 25-x^2=25$	**3p**
	$x=0$ care convine	**2p**
4.	$\frac{n(n-1)}{2}-n=5 \Leftrightarrow n^2-3n-10=0$	**2p**
	Cum n este număr natural, $n\geq 2$, obținem $n=5$	**3p**
5.	$M(3,1)$ este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$M\in OC \Leftrightarrow C\in OM$ și , cum OM are ecuația $x-3y=0$, obținem $a-3(a+3)=0$, deci $a=-\frac{9}{2}$	**3p**
6.	$tgx+\frac{3}{tgx}=2\sqrt{3} \Rightarrow tg^2x-2\sqrt{3}tgx+3=0 \Rightarrow \left(tgx-\sqrt{3}\right)^2=0$	**3p**
	$tgx=\sqrt{3}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, deci $x=\frac{\pi}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\ -2 & -3 & 0\\ 2 & 4 & a\end{vmatrix}=-3a+8+0-6-0+4a=$	**2p**
	$=-3a+8-6+4a=a+2$, pentru orice număr real a .	**3p**
b)	$\det\left(A(0)\right)=2\neq 0$	**2p**

	$A^{-1}(0)=\begin{pmatrix} 0 & -2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	**3p**
c)	Pentru $a\neq -2$, obținem $\det(A(a))\neq 0$, deci sistemul este Cramer Soluția sistemului de ecuații este $(1,-1,0)$	**2p** **3p**
2 a)	$f(-1)=(-1)^3-(-1)^2+a(-1)+2=-a$ $f(1)=1^3-1^2+a\cdot 1+2=a+2\Rightarrow f(-1)+f(1)=-a+a+2=2$, pentru orice număr real a	**2p** **3p**
b)	Restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2-2X+2 este aX Polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2-2X+2 \Leftrightarrow a=0$	**3p** **2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=1$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=a\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=1-2a$ $x_1^3+x_2^3+x_3^3=\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)-a\left(x_1+x_2+x_3\right)-6=1-2a-a-6=-3a-5$ $x_1^3+x_2^3+x_3^3+3\left(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3\right)=-3a-5+3a=-5$, pentru orice număr real a.	**3p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\ln(x-1)-\ln(x+1)\right)'=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}=$ $\frac{x+1-(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2}{x^2-1}$, $x\in(1,\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\frac{x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=$ $=\ln\frac{1-0}{1+0}=\ln 1=0\ \Rightarrow y=0$ este ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției	**2p** **3p**
c)	$x\in(1,+\infty)\ \Rightarrow x^2-1>0\Rightarrow f'(x)>0$, deci funcția f este crescătoare $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0\Rightarrow f(x)<0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, deci funcția f nu e surjectivă	**2p** **3p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-\ln(x+1)\right)dx=\int_1^2 6x\,dx=3x^2\Big\vert_1^2=$ $=12-3=9$	**3p** **2p**
b)	$\int_0^{e-1}\frac{f(x)-6x}{x+1}dx=\int_1^{e-1}\ln(x+1)\left(\ln(x+1)\right)'dx=\frac{\ln^2(x+1)}{2}\Big\vert_0^{e-1}=$ $=\frac{\ln^2 e}{2}-\frac{\ln^2 1}{2}=\frac{1}{2}$	**3p** **2p**
c)	$g(x)=6x^2+\ln\left(x^2+1\right)\Rightarrow Aria=\int_0^1\vert g(x)\vert dx=2x^3\Big\vert_0^1+\int_0^1 x'\ln\left(x^2+1\right)dx=2+\ln 2-\int_0^1\frac{2x^2}{x^2+1}dx=$	**3p**

	$=2+\ln 2-2x\Big\vert_0^1+2arctgx\Big\vert_0^1=\frac{\pi}{2}+\ln 2$, deci $\frac{\pi}{2}+\ln 2=a\pi+\ln 2$, de unde obținem că $a=\frac{1}{2}$.	**2p**