Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numerele $\log_3 5$, $\sqrt{2}$ și $\log_5 9$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

5p **2.** Determinați cel mai mare număr întreg m pentru care soluțiile ecuației $x^2-11x+m=0$ sunt numere reale.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{3-x}-2^{2-x}+2^{5-x}=9$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor un număr impar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(1,3)$ și $C(3,2)$. Determinați ecuația dreptei OG, știind că G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați măsura unghiului A al triunghiului ascuțitunghic ABC, știind că $4\mathcal{A}_{\Delta ABC}=AB\cdot AC$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & a\\ 2 & a & 4\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+y+z=1\\ x+2y+az=2\\ 2x+ay+4z=3\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(a))=a(3-a)$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=0$ demonstrați că sistemul de ecuații este incompatibil.

5p **c)** Determinați numerele întregi a pentru care sistemul de ecuații are soluție unică (x_0,y_0,z_0) și x_0, y_0, z_0 sunt numere întregi.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+5X+a$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)-f(-1)=12$.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că polinomul f este divizibil cu $X-2$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere întregi.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-\ln(x^2+1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{2(2x^2-x+2)}{x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x+1)-f(x))$.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este bijectivă.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Calculați aria suprafeței plane delimitată de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=xf(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=-1$ și $x=1$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_0^x t\cdot f(t)\,dt$.