Simulare, Bacalaureat, mai 2024
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați al patrulea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_2=6$ și $b_3=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}$. Arătați că $f(2024)+f\left(\dfrac{1}{2024}\right)=3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+5}+\sqrt{5-x}=2\sqrt{5}$.

5p **4.** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^{n-2}-A_n^1=5$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(4,-3)$ și $C(a,a+3)$, unde a este un număr real. Determinați numărul real a pentru care dreapta OC trece prin mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Determinați $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $tgx+3ctgx=2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ -2 & -3 & 0\\ 2 & 4 & a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+2y-z=-1\\ -2x-3y=1\\ 2x+4y+az=-2\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(a))=a+2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=0$, determinați inversa matricei $A(a)$.

5p **c)** Pentru $a\neq -2$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-X^2+aX+2$, unde a este un număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a, pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X^2-2X+2.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^3+x_2^3+x_3^3+3x_1x_2+3x_1x_3+3x_2x_3=-5$, pentru orice număr real a, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\frac{x-1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2}{x^2-1}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f **nu** este surjectivă.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+\ln(x+1)$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\ln(x+1)\right)dx=9$.

5p **b)** Calculați $\int_0^{e-1}\frac{f(x)-6x}{x+1}dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x^2)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $a\pi+\ln 2$.