Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model februarie 2025

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$x_1-1=x_1^2,\ x_2-1=x_2^2,\ x_1^3=x_2^3=-1$	**3p**
	$\left(x_1^2\right)^{2025}+\left(x_2^2\right)^{2025}=\left(x_1^3\right)^{1350}+\left(x_2^3\right)^{1350}=2\in N$	**2p**
2.	$f(x)=ax+b,\ \left(f\circ f\circ f\right)(x)=a^3x+(a^2+a+1)b\quad \forall x\in R$	**2p**
	$a^3=-8,\ b=7\Rightarrow f(x)=-2x+7$	**3p**
3.	Notăm $\sqrt[3]{x}=t\Rightarrow t^3-t^2-6t=0\Rightarrow t_1=0,t_2=3,t_3=-2$	**3p**
	$x_1=0,x_2=27,x_3=-8$	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente cu care se pot forma 2^{10} submulțimi	**2p**
	Numărul submulțimilor cu cel puțin două elemente este: $2^{10}-\left(C_{10}^0+C_{10}^1\right)=1013$	**3p**
5.	$\vec{r}_D=\dfrac{5\vec{r}_B+2\vec{r}_A}{7},\ \vec{r}_E=\dfrac{5\vec{r}_C+2\vec{r}_B}{7},\ \vec{r}_F=\dfrac{5\vec{r}_A+2\vec{r}_C}{7}$	**3p**
	$\dfrac{\vec{r}_D+\vec{r}_E+\vec{r}_F}{3}=\dfrac{\vec{r}_A+\vec{r}_B+\vec{r}_C}{3}\Rightarrow \vec{r}_{G_{\Delta DEF}}=\vec{r}_{G_{\Delta ABC}}$	**2p**
6.	$\sphericalangle A=60^0,\ \sin B=\sin(45^0+30^0)=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$A_{\Delta ABC}=\dfrac{BC\cdot AB\cdot\sin B}{2}=3\left(3+\sqrt{3}\right)$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$D(1,2,3)=\begin{vmatrix}1&1&1\\2^{-1}&2&1\\3^{-1}&3&1\end{vmatrix}=2+\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{3}-3-\dfrac{1}{2}=$	**3p**
	$D(1,2,3)=-\dfrac{1}{3}$	**2p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

b)	$D(x,y,z)=\frac{1}{xyz}\begin{vmatrix}1 & x^2 & x\\ 1 & y^2 & y\\ 1 & z^2 & z\end{vmatrix}\underset{L_2-L_3}{\overset{L_1-L_3}{=}}\frac{1}{xyz}\begin{vmatrix}0 & x^2-z^2 & x-z\\ 0 & y^2-z^2 & y-z\\ 1 & z^2 & z\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=\frac{(x-z)(y-z)}{xyz}\begin{vmatrix}x+z & 1\\ y+z & 1\end{vmatrix}=\frac{(x-y)(x-z)(y-z)}{xyz},\forall x,y,z\in R^*$	**2p**
c)	$(1-\log_7 x)\left(1-\log_7(x^2-2)\right)\left(\log_7 x-\log_7(x^2-2)\right)=0\Rightarrow$	**2p**
	$\log_7 x=1\Rightarrow x_1=7,\log_7(x^2-2)=1\Rightarrow x_2=3,x_3=-3$ $\log_7 x-\log_7(x^2-2)=0\Rightarrow x^2-x-2=0\Rightarrow x_4=-1,x_3=2$ $S=\{2,3,7\}$, care convin	**3p**
2.a)	$\left(-\frac{1}{2}\right)\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=\left[-\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]=\left[-\frac{7}{6}\right]$	**2p**
	$\left(-\frac{1}{2}\right)\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=-2$	**3p**
b)	$x\circ x=[2x]=1$	**2p**
	$\Rightarrow 1\le 2x<2\Rightarrow x\in\left[\frac{1}{2},1\right)$	**3p**
c)	$\frac{n}{n+1}\circ\frac{n+1}{n+2}=\left[\frac{n(n+2)+(n+1)^2}{(n+1)(n+2)}\right]=\left[\frac{2n^2+4n+1}{n^2+3n+2}\right]$	**2p**
	$1=\frac{n^2+3n+2}{n^2+3n+2}<\frac{2n^2+4n+1}{n^2+3n+2}<\frac{2n^2+6n+4}{n^2+3n+2}=2,\forall n\in N^*$ $\Rightarrow\left[\frac{2n^2+4n+1}{n^2+3n+2}\right]=1,\forall n\in N^*\Rightarrow\frac{n}{n+1}\circ\frac{n+1}{n+2}=1,\forall n\in N^*$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{x-2}{x+1}\right)'+2\frac{x+1}{x-2}\cdot\left(\frac{x-2}{x+1}\right)'=\left(1+2\frac{x+1}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{x-2}{x+1}\right)'=$	**3p**
	$=\frac{3x}{(x-2)}\cdot\frac{3}{(x+1)^2}=\frac{9x}{(x-2)(x+1)^2},\forall x\in(2,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}+2\ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right)\right)=1$	**3p**
	$y=1$ este ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcție f	**2p**
c)	$f'(x)=\frac{9x}{(x-2)(x+1)^2}>0,\forall x\in(2,+\infty)\Rightarrow f$ crescătoare pe $(2,+\infty)$	**2p**

	$\Rightarrow f(3) < f(4) \Rightarrow \frac{1}{4} + 2\ln\left(\frac{1}{4}\right) < \frac{2}{5} + 2\ln\left(\frac{2}{5}\right) \Rightarrow \frac{1}{4} - 4\ln 2 < \frac{2}{5} + 2\ln 2 - \ln 5 \Rightarrow$ $\ln\frac{1}{4} - 6\cdot\ln 2 < \frac{2}{5} - 2\cdot\ln 5$	**3p**
2.a)	Fie $F:(2,+\infty) \to R$ o primitivă a lui $f \Rightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in (2,+\infty)$ $F''(x) = f'(x), \forall x \in (2,+\infty)$ $f'(x) = \frac{-e^x}{\left(1+e^x\right)^2} < 0, \forall x \in (2,+\infty) \Rightarrow F''(x) < 0, \forall x \in (2,+\infty)$ $\Rightarrow F$ – concavă pe $(2,+\infty)$	**2p** **3p**
b)	$\int e^x f(x)dx = \int \frac{e^x}{1+e^x}dx = \int \frac{\left(1+e^x\right)'}{1+e^x}dx =$ $= \ln\left(1+e^x\right) + C$	**3p** **2p**
c)	$I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1+e^{\sin x}}dx$ $x = -t, dx = -dt \Rightarrow I = \int_{\pi}^{-\pi} \frac{1}{1+e^{-\sin t}}(-dt) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1+e^{-\sin t}}dt = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{\sin t}}{1+e^{\sin t}}dt$ Deci, o altă formă a integralei inițiale este $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{\sin x}}{1+e^{\sin x}}dx$ Adunând cele două forme ale integralei inițiale obțimen: $2I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1+e^{\sin x}}{1+e^{\sin x}}dx = \int_{-\pi}^{\pi} 1dx = x\Big\|_{-\pi}^{\pi} = 2\pi \Rightarrow \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1+e^{\sin x}}dx = \pi$	**2p** **3p**