Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_st-nat*

Model februarie 2025

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1.	$b_2=\sqrt{b_1\cdot b_3}=75\Rightarrow q^2=9$	**3p**
	$b_5=b_1\cdot q^4=2025$	**2p**
2.	$x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=m^2-4$ număr real	**2p**
	$m^2-m-6<0\Rightarrow m\in(-2,3)$	**3p**
3.	$5^{x+1}=5^{2\sqrt{x}}\Rightarrow x+1=2\sqrt{x}\Rightarrow(x+1)^2=4x$	**3p**
	$(x-1)^2=0\Rightarrow x=1$ care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele naturale de trei cifre care au exact două cifre egale sunt de forma $\overline{aab}$ sau $\overline{aba}$, unde $a\in\{1,2,3,\ldots,9\}, b\in\{0,1,2,3,\ldots,9\}$ și $a\neq b$ sau de forma $\overline{baa}$, unde $b\in\{1,2,3,\ldots,9\}, a\in\{0,1,2,3,\ldots,9\}$ și $a\neq b$, deci sunt 81·3=243 de cazuri favorabile, de unde obținem $P=\frac{243}{900}=\frac{27}{100}$	**3p**
5.	Vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ sunt coliniari dacă $\frac{a+1}{1}=\frac{5}{a-3}\Leftrightarrow a^2-2a-8=0$	**3p**
	a = - 2 sau a = 4, care convin	**2p**
6.	$\sphericalangle C=75^0$ și $2R=\frac{AB}{\sin C}$	**2p**
	$\sin C=\sin 75^0=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\Rightarrow R=2\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1.a)	$\det\left(A(3)\right)=\begin{vmatrix}1&2&3\\1&4&9\\1&1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4+3+18-12-9-2=2$	**3p**
b)	$\det\left(A(a)\right)=(a-1)(a-2)$	**2p**

	Matricea $A(a)$ este inversabilă $\det(A(a)) \neq 0 \Rightarrow (a-1)(a-2) \neq 0 \Rightarrow a \in R-\{1,2\}$	3p
c)	$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\lvert\Delta\rvert = \frac{1}{2}\cdot\lvert(a-1)(a-2)\rvert$	2p
	$\frac{1}{2}\cdot\lvert(a-1)(a-2)\rvert = 1 \Rightarrow \lvert(a-1)(a-2)\rvert = 2 \Rightarrow a \in \{0,3\}$	3p
2.a)	$x \geq \sqrt{5}, y \geq \sqrt{5} \Rightarrow x^2 \geq 5, y^2 \geq 5 \Rightarrow (x^2-5)(y^2-5) \geq 0 \Rightarrow (x^2-5)(y^2-5)+5 \geq 5$	3p
	$\Rightarrow \sqrt{(x^2-5)(y^2-5)+5} \geq \sqrt{5} \Rightarrow x\circ y \in M$ pentru orice $x, y \in M$	2p
b)	$x \circ e = x \Rightarrow \sqrt{(x^2-5)(e^2-5)+5} = x \Rightarrow (x^2-5)(e^2-6) = 0,$ pentru orice $x \in M$ $\Rightarrow e = \sqrt{6} \in M$	3p
	$\sqrt{6}\circ x = x$, pentru orice $x \in M$, deci $e = \sqrt{6}$ este elementul neutru al legii de compoziție ”$\circ$”	2p
c)	$x\circ x\circ x\circ x = \sqrt{(x^2-5)^4+5},$ pentru orice $x \in M$	2p
	$(x^2-5)^4 = 16 \Rightarrow \lvert x^2-5\rvert = 2 \Rightarrow x = \sqrt{7} \in M$	3p

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(e^x)'(x-1) - e^x(x-1)'}{(x-1)^2} =$	2p
	$= \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}, x \in R-\{1\}$	3p
b)	$\lim\limits_{x\nearrow 1} f(x) = -\infty,\ \lim\limits_{x\searrow 1} f(x) = \infty$	3p
	Dreapta de ecuație $x = 1$ este asimptotă verticală pentru graficul funcției f	2p
c)	Funcția f este descrescătoare pe intervalul $(1,2)$	2p
	Dar $1 < x \leq y < 2 \Rightarrow f(x) \geq f(y) \Rightarrow e^{x-y} \geq \frac{x-1}{y-1} \Rightarrow x-y \geq \ln\frac{x-1}{y-1} \Rightarrow$ $\ln\frac{x-1}{y-1} \leq x-y,$ pentru orice numere reale x, y cu $1 < x \leq y < 2$	3p
2.a)	$\int_1^3 \left(f(x) - \frac{2}{x+1}\right)^2 dx = \int_1^3 (x-1)^2 dx = \int_1^3 (x^2-2x+1)dx =$	2p
	$= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right)\Big\vert_1^3 = \frac{8}{3}$	3p
b)	$\int_0^1 xf'(x)dx = xf(x)\Big\vert_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = f(1) - \left(\frac{x^2}{2} - x + 2\ln(x+1)\right)\Big\vert_0^1 =$	3p
	$= \frac{3}{2} - 2\ln 2 = \ln\frac{e\sqrt{e}}{4}$	2p

c)	$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x+1)f(x)} \cdot arctg^{2025} x dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2+1} \cdot (arctgx)^{2025} dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (arctgx)^{2025} \cdot (arctgx)' dx =$	2p
	$= \frac{(arctgx)^{2026}}{2026} \Big\|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = 0$	3p

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro