Examenul naţional de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model februarie 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1)** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-x+1=0$. Demonstrați că numărul $(x_1-1)^{2025}+(x_2-1)^{2025}$ este natural.

5p **2)** Determinați funcția de gradul I, $f:R\to R$, pentru care este adevărată relația $(f\circ f\circ f)(x)=21-8x, \forall x\in R$.

5p **3)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^2}+6\sqrt[3]{x}=x$.

5p **4)** Determinați numărul submulțimilor cu cel puțin 2 elemente ale unei mulțimii $A=\{0,1,2,...,9\}$.

5p **5)** Se consideră un triunghi ABC și punctele $D\in(AB)$, $E\in(BC)$ și $F\in(CA)$ astfel încât $\frac{AD}{DB}=\frac{BE}{EC}=\frac{CF}{FA}=\frac{2}{5}$. Demonstrați că triunghuirile ABC și DEF au același centru de greutate.

5p **6)** Se consideră triunghiul ABC cu $BC=6$, $\hat{B}=75^0$, $\hat{C}=45^0$. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $3\left(3+\sqrt{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1) Se consideră determinantul $D(x,y,z)=\begin{vmatrix} x^{-1} & x & 1\\ y^{-1} & y & 1\\ z^{-1} & z & 1\end{vmatrix}$, unde x,y și z sunt numere reale nenule.

5p **a)** Arătați că $D(1,2,3)=-\frac{1}{3}$.

5p **b)** Arătați că $D(x,y,z)=\frac{(x-y)(x-z)(y-z)}{xyz}$, pentru oricare numere reale nenule x,y și z .

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $D(1,\log_7 x,\log_7(x^2-2))=0$.

2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=[x+y]$, unde $[a]$ este partea întreagă a numărului real a .

5p **a)** Calculați $\left(-\frac{1}{2}\right)\circ\left(-\frac{2}{3}\right)$.

5p **b)** Rezolvați ecuația $x\circ x=1$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

5p **c)** Demonstrați că $\frac{n}{n+1} \circ \frac{n+1}{n+2} = 1$, pentru oricare n natural și nenul.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră funcția $f:(2,+\infty) \to R,\ f(x) = \frac{x-2}{x+1} + 2\ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{9x}{(x-2)(x+1)^2},\ x \in (2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{1}{4} - 6 \cdot \ln 2 < \frac{2}{5} - 2 \cdot \ln 5$.

2) Se consideră funcția $f: R \to R,\ f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.

5p **a)** Demonstrați că orice primitivă a lui f este concavă pe R.

5p **b)** Calculați $\int e^x f(x) dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{-\pi}^{\pi} f(\sin x) dx = \pi$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro