CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025

CLASA a 9-a

SUBIECTE

Problema 1 (15 puncte)

Se consideră numărul rațional $a = \frac{2}{7}$ scris sub forma zecimală $a = \overline{0,a_1a_2...a_n}$.

a) Calculați suma primelor 6 zecimale ale numărului a.

b) Determinați a_{2025}.

c) Calculați suma primelor 2025 de zecimale ale numărului a.

Problema 2 (15 puncte)

a) Să se arate că, oricare ar fi numerele reale a și b, numerele $(a+b)^2$, a^2+b^2 și $(a-b)^2$ sunt în progresie aritmetică.

b) Să se determine $n \in \mathbb{N}$ pentru care are loc egalitatea $8+4+2+...+2^{(3-n)} = \frac{127}{8}$.

Problema 3 (15 puncte)

Fie funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (1-\sqrt{3})x + \sqrt{3}$.

a) Calculați media aritmetică a numerelor $m = f(0)$ și $n = f(2)$.

b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $f(x) - 1 \le 0$.

c) Determinați numerele raționale a și b, știind că punctul $M\left(a\sqrt{3}, b\right)$ este situat pe graficul funcției f.

Problema 4 (15 puncte)

Se consideră hexagonul regulat $ABCDEF$, fie O punctul de intersecție al diagonalelor, M mijlocul lui AB și N mijlocul lui CD.

a) Să se determine valoarea parametrului real k din relația $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$.

b) Să se descompună vectorul $\overrightarrow{MN}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AF}$ și $\overrightarrow{DE}$.

c) Să se calculeze $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$ în funcție de $\overrightarrow{MO}$.

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025
CLASA a 9-a

SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 15 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

Problema 1 (autor Eugenia Dincă)

Se consideră numărul rațional $a=\frac{2}{7}$ scris sub forma zecimală $a=\overline{0,a_1a_2...a_n}$.

a) Calculați suma primelor 6 zecimale ale numărului a.

b) Determinați a_{2025}.

c) Calculați suma primelor 2025 de zecimale ale numărului a.

Soluție:

a) a = 0,(285714)……………………………………………………………………………….3p
suma= 27……...…………………………………………………………………………………..2p

b) Zecimalele numărului a se grupează în grupe de câte 6 cifre datorită perioadei…….……..…..2p
2025:6=337 rest 3 , deci, sunt 337 de grupe complete…………… ……………………………1p
a_{2025} ocupă pozitia 3 in ultima grupa incomplete , deci a_{2025}=5………...…………………….……..2p

c) suma primelor 6 zecimale ale numărului a este 27 , fiind 337 grupe complete calculăm 337x27=9099…………………………………………………………………………………...2p
adăugăm suma zecimalelor din ultima grupă incompletă 2+8+5=15………..…….……..…….1p
suma primelor 2025 de zecimale este 9114…………………………………………………….2p

Problema 2 (autor Ana Maria Ioniță)

a) Să se arate că, oricare ar fi numerele reale a și b, numerele $(a+b)^2$, a^2+b^2 și $(a-b)^2$ sunt în progresie aritmetică.

b) Să se determine $n\in\mathbb{N}$ pentru care are loc egalitatea $8+4+2+...+2^{(3-n)}=\frac{127}{8}$.

.

Soluție:

a) $(a+b)^2$, a^2+b^2 și $(a-b)^2$ sunt în progresie aritmetică $\Leftrightarrow a^2+b^2=\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}$

...**2p**

$a^2+b^2=\dfrac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{2} \Rightarrow a^2+b^2=\dfrac{2(a^2+b^2)}{2}=a^2+b^2$ **2p**

Deci, numerele $(a+b)^2$, a^2+b^2 și $(a-b)^2$ sunt în progresie aritmetică, oricare ar fi numerele reale a și b.. **1p**

b) $8+4+2+...+2^{(3-n)}=2^3+2^2+2+...+2^{(3-n)}$, deci se observă că termenii sumei sunt termenii unei progresii geometrice de rație $q=2^{-1}$ **2p**

Suma conține $n+1$ termeni **1p**

$8+4+2+...+2^{(3-n)}=8\cdot\dfrac{(2^{-n-1}-1)}{(2^{-1}-1)}=-16(2^{-n-1}-1)=\dfrac{127}{8}$ **3p**

$2^{-n-1}-1=-\dfrac{127}{128}, 2^{-n-1}=2^{-7}$ **2p**

$-n-1=-7, n=6\in\mathbb{N}$ **2p**

Problema 3

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(1-\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}$.

a) Calculați media aritmetică a numerelor $m=f(0)$ și $n=f(2)$.

b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $f(x)-1\le 0$.

c) Determinați numerele raționale a și b, știind că punctul $M\left(a\sqrt{3},b\right)$ este situat pe graficul funcției f.

Soluție:

a) $m=f(0)=\sqrt{3}$ **și** $n=f(2)=2-\sqrt{3}$ ……………………………………..……2p

$\dfrac{m+n}{2}=\dfrac{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{2}=1$ ……………………………………………………..……….3p

b) $f(x)-1\le 0 \Rightarrow \left(1-\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}-1\le 0$ ……………………………………….……1p

$\left(1-\sqrt{3}\right)x\le 1-\sqrt{3}$ se împarte relația la $1-\sqrt{3}<0$ ……………….......……...2p

$\Rightarrow x\ge 1 \Rightarrow x\in[1,\infty)$ …………………………………………….....….……2p

c) $M\left(a\sqrt{3},b\right)\in G_f \Leftrightarrow f\left(a\sqrt{3}\right)=b$ ……………………………………..……1p

$f\left(a\sqrt{3}\right)=\left(1-\sqrt{3}\right)a\sqrt{3}+\sqrt{3}=(a+1)\sqrt{3}-3a$ ………………………………….……1p

Din $f\left(a\sqrt{3}\right)=b\Rightarrow(a+1)\sqrt{3}-3a=b$, dar ași $b$sunt raționale…………………...1p

Deci $(a+1=)0 \Rightarrow a-=1$……………………………………………………1p

Și $-3a=b\Rightarrow b=3$ ……………………………………………………………1p

Problema 4 (autor Cleopatra Olaru)

Se consideră hexagonul regulat $ABCDEF$, fie O punctul de intersecție al diagonalelor, M mijlocul lui AB și N mijlocul lui CD.

a) Să se determine valoarea parametrului real k din relația $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$.

b) Să se descompună vectorul $\overrightarrow{MN}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AF}$ și $\overrightarrow{DE}$.

c) Să se calculeze $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}$ în funcție de $\overrightarrow{MO}$.

Soluție:

a) $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}=-\frac{7}{6}\overrightarrow{AC}$ 3p

$k=-\frac{7}{6}$ 2p

b) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)=$ 3p

$=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AO}=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}\right)=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{BA}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AF}-\frac{3}{2}\overrightarrow{DE}$ ………………………..2p

c) $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)+\left(\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{MC}\right)+\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MD}\right)=$ 2p

$=\vec{0}+2\overrightarrow{MO}+4\overrightarrow{MO}=6\overrightarrow{MO}$ ……………………………………………………………3p

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025

CLASA a 10-a

SUBIECTE

Problema 1 (15 puncte)

a) Raționalizați numitorul fracției $\dfrac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}-\sqrt{5}+1}$.

b) Pentru $x=\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{103}+1}$, calculați valoarea expresiei

$$P(x)=x^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}}\cdots\cdots x^{\frac{1}{\sqrt{102}+\sqrt{103}}}.$$

c) Dacă $a=1, b=2$ calculați valoarea expresiei

$$E(a,b)=\left(a^{\frac{5}{2}}-ab^{\frac{3}{2}}+a^{\frac{3}{2}}b-b^{\frac{5}{2}}\right):\left[\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)\left(b^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{3}{4}}\right)\right].$$

Problema 2 (15 puncte)

Arătați că expresia

$$A=\left(\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+\ldots+\frac{1}{\log_x 2^{2024}\cdot\log_x 2^{2025}}\right)-\frac{2024}{2025\left(\log_x 2\right)^2}$$

nu depinde de x.

Problema 3 (15 puncte)

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2\left[3x^2+(m+5)x+m+5\right]$, $m\in\mathbb{R}$. Pentru ce valori reale ale lui m funcția are domeniul de definiție $D=\mathbb{R}$?

Problema 4 (15 puncte)

Să se determine numărul real m știind că ecuațiile exponențiale $2^{x+1}-m\cdot 4^x+3=0$ și $3^{x+1}+9^x-18=0$ au o soluție comună.

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025
CLASA a 10-a

SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 15 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

Problema 1 (autor Raluca Daniela Stoican)

a) Raționalizați numitorul fracției $\dfrac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}-\sqrt{5}+1}$.

b) Pentru $x=\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{103}+1}$, calculați valoarea expresiei

$P\left(x\right)=x^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}}\ldots\ldots\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{102}+\sqrt{103}}}$.

c) Dacă $a=1,b=2$ calculați valoarea expresiei

$E\left(a,b\right)=\left(a^{\frac{5}{2}}-ab^{\frac{3}{2}}+a^{\frac{3}{2}}b-b^{\frac{5}{2}}\right):\left[\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)\left(b^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{3}{4}}\right)\right]$.

Soluție:

a) $\dfrac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}-\sqrt{5}+1}=\dfrac{4}{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-1\right)-\left(\sqrt{5}-1\right)}=\dfrac{4}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=$ ……..**2p**

$=\dfrac{4\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}{4}=\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$ ………………………………**3p**

b)

$$P\left(x\right)=x^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}}\ldots\ldots\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{102}+\sqrt{103}}}=x^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots\ldots+\frac{1}{\sqrt{102}+\sqrt{103}}}$$

…………………**1p**

Atunci $P\left(x\right)=x^{\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{4}+\ldots\ldots+\sqrt{102}-\sqrt{103}}{-1}}=x^{\sqrt{103}-1}$ ……………………………..**2p**

Cum $x=\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{103}+1}=\left(2^{\frac{1}{6}}\right)^{\sqrt{103}+1}=2^{\frac{\sqrt{103}+1}{6}}$ ……………………………………**1p**

$\Rightarrow P\left(x\right)=x^{\sqrt{103}-1}=\left(2^{\frac{\sqrt{103}+1}{6}}\right)^{\sqrt{103}-1}=2^{\frac{103-1}{6}}=2^{17}$ …………………………………**1p**

c) $E(a,b)=\left(a^{\frac{5}{2}}-ab^{\frac{3}{2}}+a^{\frac{3}{2}}b-b^{\frac{5}{2}}\right):\left[\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)\left(b^{\frac{3}{4}}-a^{\frac{3}{4}}\right)\right]=\left(a^2\sqrt{a}-ab\sqrt{b}+ab\sqrt{a}-b^2\sqrt{b}\right):\left(b\sqrt{b}-a\sqrt{a}\right)$

.......**2p**

$E(a,b)=(a+b)\left(a\sqrt{a}-b\sqrt{b}\right):\left(b\sqrt{b}-a\sqrt{a}\right)$, deci $E(a,b)=-(a+b)$......**2p**

$\Rightarrow E(1,2)=-3$..**1p**

Problema 2 (autor Alina Paraschiv)

Arătați că expresia

$$A=\left(\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+....+\frac{1}{\log_x 2^{2024}\cdot\log_x 2^{2025}}\right)-\frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$$

nu depinde de x.

Soluție:

$$A=\left(\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+....+\frac{1}{\log_x 2^{2024}\cdot\log_x 2^{2025}}\right)-\frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$$

$A=\log_2 x\cdot\log_4 x+\log_4 x\cdot\log_8 x+....+\log_{2^{2004}} x\cdot\log_{2^{2005}} x-\frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$ **4p**

$A=\frac{1}{1\cdot 2}(\log_2 x)^2+\frac{1}{2\cdot 3}(\log_2 x)^2+......\frac{1}{2024\cdot 2025}(\log_2 x)^2-\frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$ **4p**

$A=(\log_x 2)^2\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+......+\frac{1}{2024}-\frac{1}{2025}\right)-\frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$ **4p**

$A=\frac{1}{(\log_x 2)^2}\left(1-\frac{1}{2025}-\frac{2024}{2025}\right)=0$ **3p**

Problema 3 (autor Ana Maria Ioniță)

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2\left[3x^2+(m+5)x+m+5\right]$, $m\in\mathbb{R}$. Pentru ce valori reale ale lui m funcția are domeniul de definiție $D=\mathbb{R}$?

Soluție:

$3x^2+(m+5)x+m+5>0$, pentru orice $m\in\mathbb{R}$ **4p**

$\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases}$, deci $m^2-2m-35<0$ **6p**

$\Delta_m=144$, $m=7$ sau $m=-5$ **3p**

$m^2-2m-35<0$ pentru $m\in(-5,7)$ **2p**

Problema 4

Să se determine numărul real m știind că ecuațiile exponențiale $2^{x+1}-m\cdot 4^x+3=0$ și $3^{x+1}+9^x-18=0$ au o soluție comună.

Soluție:

$3^x \cdot 3 + 3^{2x} - 18 = 0$ **3p**

$3^x = t > 0$, astfel vom avea $t^2 + 3t - 18 = 0$ **2p**

$t = 3$, care convine, sau $t = -6$, care nu convine..**5p**

Ecuațiile au o soluție comună, deci soluția poate fi doar $x = 1$ **2p**

$2^2 - 4m + 3 = 0$ **2p**

$m = \frac{7}{4}$ **1p**

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025

CLASA a 11-a

SUBIECTE

Subiectul I – Matematică (30 puncte)

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -xy - \sqrt{5}(x+y) - \sqrt{5} - 5$.

1. Calculați $2025 * \left(-\sqrt{5}\right)$.
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5} * x = -\sqrt{5}$.
3. Determinați simetricul elementului $\sqrt{5}$.
4. Calculați $E = \left(-\sqrt{11}\right) * \left(-\sqrt{10}\right) * \ldots * \sqrt{10} * \sqrt{11}$.
5. Determinați numerele întregi x pentru care $x * x \geq -\sqrt{5} - 5$.

Subiectul II - Aritmetică (10 puncte)

Maria și Cristi participă la un joc numit „escape room”. Unul dintre indicii este un cod format din trei numere naturale prime a, b și c ce au proprietatea că $6a + 2b + 9c = 99$.
(5p) a) Este posibil ca c să fie egal cu 2?
(5p) b) Aflǎ numerele a, b știind că c este 3.

Observație: Problema de la subiectul II se rezolvă prin metoda aritmetică.

Subiectul III - Metodica predării matematicii/activităților matematice (20 puncte)

Următoarea secvență face parte din *Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului – clasa pregătitoare* (OMEN nr. 3418/2013):

Competențe specifice	*Exemple de activități de învățare*
1.6 Utilizarea unor denumiri și simboluri matematice (sumă, total, diferență, =,+,-) în rezolvarea și/sau compunerea de probleme	*-aflarea sumei/diferenței a două numere mai mici decât 31;* *-aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței;* *-jocuri de rol care necesită gruparea/regruparea de obiecte și relația întreg-parte (ex.:”La ora de sport”, “La bibliotecă” etc.);* *-crearea unor probleme simple după imagini date;* *- schimbarea componentelor unei probleme (date numerice, tematică, acțiuni), fără ca tipul de problemă să se schimbe.* *- transformarea unei probleme de adunare în problemă de scădere şi invers;* *- transformarea unei probleme prin extinderea/ reducerea numărului de operații;*

Conținuturi:

Adunarea și scăderea în concentrul 0-31 fără și cu trecere peste ordin, prin numărare/cu suport intuitiv.

Probleme simple de adunare sau scădere cu 1-5 unități în concentrul 0-31, cu suport intuitiv.

1. Exemplificați formarea/dezvoltarea competenței specifice 1.6 din secvența dată prin intermediul *exercițiului*, ca metodă de instruire.
2. Numiți două mijloace didactice și/sau suporturi tehnice de instruire utilizate în rezolvarea și/sau compunerea de probleme simple la clasa pregătitoare.

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

CONCURSUL NAȚIONAL "PEDAGOGIA MATEMATICII"
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025
CLASA a 11-a

SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Subiectul I are 30 de puncte. Subiectul II are 10 de puncte. Subiectul III are 20 de puncte.
Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

Subiectul I (autor Daniela Moraru)

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=-xy-\sqrt{5}(x+y)-\sqrt{5}-5$.

1. Calculați $2025*\left(-\sqrt{5}\right)$.
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5}*x=-\sqrt{5}$.
3. Determinați simetricul elementului $\sqrt{5}$.
4. Calculați $E=\left(-\sqrt{11}\right)*\left(-\sqrt{10}\right)*...*\sqrt{10}*\sqrt{11}$.
5. Determinați numerele întregi x pentru care $x*x\geq-\sqrt{5}-5$.

Soluție:

1. $2025*\left(-\sqrt{5}\right)=-2025\cdot\left(-\sqrt{5}\right)-\sqrt{5}\left(2025-\sqrt{5}\right)-\sqrt{5}-5=$ 2p
   $=2025\sqrt{5}-2025\sqrt{5}+5-\sqrt{5}-5=-\sqrt{5}$ 4p
2. $-x\sqrt{5}-5-x\sqrt{5}-\sqrt{5}-5=-\sqrt{5}$ 2p
   $x=-\sqrt{5}$ 4p
3. Elementul neutru este $e=-1-\sqrt{5}$ 3p
   Simetricul elementului $\sqrt{5}$ este $-\dfrac{9\sqrt{5}}{10}$ 3p
4. $\left(-\sqrt{5}\right)*a=a*\left(-\sqrt{5}\right)=-\sqrt{5}$ 3p
   Cum legea este asociativă, obținem $E=-\sqrt{5}$ 3p
5. $-x^2-2x\sqrt{5}\geq 0$ 2p
   Cum $x\in\mathbb{Z}$, obținem $x\in\{-4,-3,-2,-1,0\}$ 4p

Subiectul II (autor Ana Maria Ioniță)

Maria și Cristi participă la un joc numit „escape room". Unul dintre indicii este un cod format din trei numere naturale prime a, b și c ce au proprietatea că $6a+2b+9c=99$.

(5p) a) Este posibil ca c să fie egal cu 2?
(5p) b) Află numerele a și b, știind că c este 3.

Observație: Problema de la subiectul II se rezolvă prin metoda aritmetică.

Soluție:

a) Dacă $c = 2$, atunci $6a + 2b = 81$ **1p**
$6a$ este număr par, pentru orice a număr natural prim **1p**
$2b$ este număr par, pentru orice b număr natural prim **1p**
Dar 81 este număr impar, deci egalitatea $6a + 2b = 81$ nu poate avea loc **1p**
Concluzie: c nu poate fi egal cu 2 .... **1p**
b) Dacă $c = 3$, atunci $6a + 2b = 72$, deci $3a + b = 36$ **2p**
Cum $3|6a$ și $3|72$, avem că $3|2b$. Cum 3 și 2 sunt prime între ele, obținem că $3|b$ **2p**
Cum b este prim, avem $b = 3$, deci $a = 11$ **1p**

Subiectul III

Următoarea secvență face parte din *Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului – clasa pregătitoare* (OMEN nr. 3418/2013):

Competențe specifice	*Exemple de activități de învățare*
1.6 Utilizarea unor denumiri și simboluri matematice (sumă, total, diferență, =,+,-) în rezolvarea și/sau compunerea de probleme	*-aflarea sumei/diferenței a două numere mai mici decât 31;* *-aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței;* *-jocuri de rol care necesită gruparea/regruparea de obiecte și relația întreg-parte (ex.:"La ora de sport", "La bibliotecă" etc.);* *-crearea unor probleme simple după imagini date;* *- schimbarea componentelor unei probleme (date numerice, tematică, acțiuni), fără ca tipul de problemă să se schimbe.* *- transformarea unei probleme de adunare în problemă de scădere şi invers;* *- transformarea unei probleme prin extinderea/ reducerea numărului de operaţii;*

Conținuturi:
Adunarea și scăderea în concentrul 0-31 fără și cu trecere peste ordin, prin numărare/cu suport intuitiv.
Probleme simple de adunare sau scădere cu 1-5 unități în concentrul 0-31, cu suport intuitiv.

1. Exemplificați formarea/dezvoltarea competenței specifice 1.6 din secvența dată prin intermediul *exercițiului*, ca metodă de instruire.
2. Numiți două mijloace didactice și/sau suporturi tehnice de instruire utilizate în rezolvarea și/sau compunerea de probleme simple la clasa pregătitoare.

Soluție:

1. Exemplificarea formării/dezvoltării competenței specifice 1.6 din secvența dată prin intermediul exercițiului ca metodă de instruire...12p
   Coerența demersului didactic...4p
2. Numirea unui mijloc didactic și/sau suport tehnic de instruire …..................2x2=4p

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025

CLASA a 12-a

SUBIECTE

SUBIECTUL I – Matematică (30 puncte)

Fie mulțimea $M = \left\{ A(x) | A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \in 0, \infty) \right\} \subset M_2(\mathbb{R})$

1. Determinați $x \in [0, \infty)$ pentru care suma elementelor matricei $A(x)$ este egală cu 2025
2. Arătați că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$
3. Arătați că $A(x) \cdot A(y) \in M$, $(\forall) A(x), A(y) \in M$
4. Arătați că matricea $A(x)$ este inversabilă, $(\forall) A(x) \in M$
5. Demonstrați că $\det\left[A(0) + A(1) + A(2) + \ldots + A(2025)\right]$ este un pătrat perfect.

SUBIECTUL II - Aritmetică (10 puncte)

1. La un club sportiv sunt 93 de elevi înscriși. Dintre aceștia, 78 practică fotbal și 34 baschet. Știind că fiecare elev înscris practică cel puțin un sport, fotbal sau baschet, aflați câți elevi practică doar baschet.
2. 13 saci cu cartofi și 18 saci cu ardei gras cântăresc 300 kg. 18 saci cu cartofi și 18 saci cu ardei gras cântăresc 360 kg. Cât cântărește un sac cu cartofi? Dar unul cu ardei gras?

Observație: Problemele de la subiectul II se rezolvă prin metoda aritmetică.

SUBIECTUL III - Metodica predării matematicii/activităților matematice (20 puncte)

Următoarea secvență face parte din Programa școlară pentru disciplina Matematică pentru clasa a III-a (OMEN nr. 5003/2014):

5.1. Utilizarea terminologiei specifice şi a unor simboluri matematice în rezolvarea şi/sau compunerea de probleme cu raţionamente simple - *rezolvarea de exerciții de tipul: „Află produsul/ câtul/ jumătatea/ sfertul/ dublul etc.”*	**5.3. Rezolvarea de probleme cu operaţiile aritmetice studiate, în concentrul 0 - 10 000** - *identificarea şi analiza datelor din ipoteza unei probleme* - *identificarea cuvintelor/sintagmelor în enunţurile problemelor care sugerează operaţiile aritmetice studiate (a dat, a primit, a distribuit în mod egal, de două ori mai mult etc.)*

- identificarea unor fracţii, utilizând suport concret sau desene (pizza, tort, măr, pâine, cutie de bomboane, tablete de ciocolată etc.) *- aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanţei sau prin efectuarea probei adunării/ scăderii* *- utilizarea simbolurilor (, ≥,=) pentru compararea unor numere sau a rezultatelor unor operaţii aritmetice* *- identificarea rolului parantezelor rotunde asupra rezultatului final al unui exerciţiu* *- utilizarea unor simboluri pentru numere sau cifre necunoscute, in diverse calcule sau pentru rezolvarea unor probleme* *- transformarea unei probleme rezolvate prin schimbarea datelor numerice sau a întrebării, prin înlocuirea cuvintelor care sugerează operaţia, prin adăugarea unei întrebări etc.* *- transformarea problemelor de adunare în probleme de scădere, a problemelor de înmulţire în probleme de împărţire şi invers* *- formularea de probleme pornind de la situaţii concrete, reprezentări şi/sau relaţii matematice, imagini, desene, scheme, exerciţii, grafice, tabele* *- formularea şi rezolvarea unor probleme pornind de la o tematică dată/de la numere date/ expresii care sugerează operaţii*	*- rezolvarea şi compunerea de probleme folosind simboluri, numere sau reprezentări grafice* *- asocierea rezolvării unei probleme cu o reprezentare grafică /desen sau cu o expresie numerică dată* *- organizarea datelor unei investigaţii în tabel sau într-o reprezentare grafică in scopul compunerii sau rezolvării de probleme* *- rezolvarea de probleme prin mai multe metode* *- identificarea unor situaţii concrete care se pot transpune în limbaj matematic* *- verificarea rezultatelor obţinute în urma rezolvării unei probleme*
5.2. Înregistrarea în tabele a unor date observate din cotidian *- selectarea şi gruparea unor simboluri /numere/ figuri/corpuri geometrice după mai multe criterii date şi înregistrarea datelor într-un tabel* *- ordonarea unor evenimente/obiecte din cotidian după anumite criterii (după dimensiuni, preferinţe)* *- înregistrarea în tabele a observaţiilor din investigaţii* *- extragerea şi sortarea de numere dintr-un tabel, pe baza unor criterii date* *- identificarea datelor din grafice cu bare şi din tabele* *- realizarea unor grafice cu bare pe baza unor informaţii date/culese*	

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare care să cuprindă 1 item obiectiv, 1 item semiobiectiv și 1 item subiectiv de tip rezolvare de probleme.

Notă: *Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează menționarea competenței specifice evaluate, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.*

CONCURSUL NAȚIONAL ”PEDAGOGIA MATEMATICII”
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025
CLASA a 12-a

SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 15 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

SUBIECTUL I (autor Raluca Daniela Stoican)

Fie mulțimea $M=\left\{A(x)\,|\,A(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ x\in[0,\infty)\right\}\subset M_2(\mathbb{R})$

1. Determinați $x\in[0,\infty)$ pentru care suma elementelor matricei $A(x)$ este egală cu 2025
2. Arătați că $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in M$
3. Arătați că $A(x)\cdot A(y)\in M$, $(\forall)A(x),A(y)\in M$
4. Arătați că matricea $A(x)$ este inversabilă, $(\forall)A(x)\in M$
5. Demonstrați că $\det\left[A(0)+A(1)+A(2)+\ldots+A(2025)\right]$ este un pătrat perfect.

Soluție:

1. suma elementelor matricei $A(x)$ este egală cu 2+x……………………….……..2p
   2+ x = 2025 $\Rightarrow$ x = 2023…………..……………………………………………4p
2. $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ pentru x = 0…………………………………………2p
   Deci $I_2=A(0)$, $0\in[0,\infty)$ ………………………………..……..……..4p
3. $A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x+y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=A(x+y)$ ……………………4p
   $x\in[0,\infty), y\in[0,\infty)\Rightarrow x+y\in[0,\infty)\Rightarrow A(x)\cdot A(y)\in M$ …………………..2p
4. $\det(A(x))=1\neq 0,\forall x\in[0,\infty)$ ……………………………………………………3p
   Matricea $A(x)$ este inversabilă $(\forall)A(x)\in M$ ……………….…………..3p
5. $A(0)+A(1)+A(2)+\ldots+A(2025)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\ldots+\begin{pmatrix}1 & 2025\\ 0 & 1\end{pmatrix}=$
   ……………………………………………………………………..……..…2p
   $=\begin{pmatrix}2026 & 1+2+3+\ldots+2025\\ 0 & 2026\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2026 & 2025\cdot 1013\\ 0 & 2026\end{pmatrix}$……………………..2p

Deci $\det\left[A(0)+A(1)+A(2)+\ldots+A(2025)\right]=\begin{vmatrix} 2026 & 2025\cdot 1013 \\ 0 & 2026 \end{vmatrix}=2026^2$ care este un pătrat perfect……………………………………………………………2p

SUBIECTUL II

1. La un club sportiv sunt 93 de elevi înscriși. Dintre aceştia, 78 practică fotbal şi 34 baschet. Știind că fiecare elev înscris practică cel puțin un sport, fotbal sau baschet, aflați câți elevi practică doar baschet.
2. 13 saci cu cartofi și 18 saci cu ardei gras cântăresc 300 kg. 18 saci cu cartofi și 18 saci cu ardei gras cântăresc 360 kg. Cât cântărește un sac cu cartofi? Dar unul cu ardei gras?

Observație: Problemele de la subiectul II se rezolvă prin metoda aritmetică.

Soluție:

1. $78+34=112$ elevi care practică sau fotbal sau baschet **1p**
$112-93=19$ elevi care practică și fotbal și baschet **2p**
$34-19=15$ elevi practică doar baschet **2p**
2.
13 saci cu cartofi ....18 saci cu ardei gras .... 300 kg
18 saci cu cartofi ....18 saci cu ardei gras .... 360 kg **1p**
Observăm că numărul sacilor cu cartofi din a doua relație este mai mare decât numărul sacilor cu cartofi din prima relație, iar numărul sacilor cu ardei gras este egal în ambele relații. Aflăm diferența dintre sacii cu cartofi:
18 – 13 = 5 saci cu cartofi (mai mulți în a doua relație) **1p**
Aflăm diferența de kg dintre cele două relații:
360 – 300 = 60 kg (5 saci cu cartofi) **1p**
60 : 5 = 12 kg (cântărește un sac cu cartofi)
Putem afla cât cântărește un sac cu ardei gras din oricare dintre relații:
13 x 12 = 156 kg (cartofi)
300 – 156 = 144 kg (ardei gras) **1p**
144 : 18 = 8 kg (cântărește un sac cu ardei gras) **1p**

SUBIECTUL III

Următoarea secvenţă face parte din Programa şcolară pentru disciplina Matematică pentru clasa a III-a (OMEN nr. 5003/2014):

5.1. Utilizarea terminologiei specifice şi a unor simboluri matematice în rezolvarea şi/sau compunerea de probleme cu raţionamente simple - *rezolvarea de exerciții de tipul: „Află produsul/ câtul/ jumătatea/ sfertul/ dublul etc.”* - *identificarea unor fracții, utilizând suport concret sau desene (pizza, tort, măr, pâine, cutie de bomboane, tablete de ciocolată etc.)* - *aflarea unui termen necunoscut, folosind metoda balanței sau prin efectuarea probei adunării/ scăderii*	**5.3. Rezolvarea de probleme cu operațiile aritmetice studiate, în concentrul 0 - 10 000** - *identificarea și analiza datelor din ipoteza unei probleme* - *identificarea cuvintelor/sintagmelor în enunțurile problemelor care sugerează operațiile aritmetice studiate (a dat, a primit, a distribuit în mod egal, de două ori mai mult etc.)* - *rezolvarea și compunerea de probleme folosind simboluri, numere sau reprezentări grafice* - *asocierea rezolvării unei probleme cu o reprezentare grafică /desen sau cu o expresie numerică dată*

- utilizarea simbolurilor (, ≥,=) pentru compararea unor numere sau a rezultatelor unor operaţii aritmetice *- identificarea rolului parantezelor rotunde asupra rezultatului final al unui exerciţiu* *- utilizarea unor simboluri pentru numere sau cifre necunoscute, in diverse calcule sau pentru rezolvarea unor probleme* *- transformarea unei probleme rezolvate prin schimbarea datelor numerice sau a întrebării, prin înlocuirea cuvintelor care sugerează operaţia, prin adăugarea unei întrebări etc.* *- transformarea problemelor de adunare în probleme de scădere, a problemelor de înmulţire în probleme de împărţire şi invers* *- formularea de probleme pornind de la situaţii concrete, reprezentări şi/sau relaţii matematice, imagini, desene, scheme, exerciţii, grafice, tabele* *- formularea şi rezolvarea unor probleme pornind de la o tematică dată/de la numere date/ expresii care sugerează operaţii*	*- organizarea datelor unei investigaţii în tabel sau într-o reprezentare grafică in scopul compunerii sau rezolvării de probleme* *- rezolvarea de probleme prin mai multe metode* *- identificarea unor situaţii concrete care se pot transpune în limbaj matematic* *- verificarea rezultatelor obţinute în urma rezolvării unei probleme*
5.2. Înregistrarea în tabele a unor date observate din cotidian *- selectarea şi gruparea unor simboluri /numere/ figuri/corpuri geometrice după mai multe criterii date şi înregistrarea datelor într-un tabel* *- ordonarea unor evenimente/obiecte din cotidian după anumite criterii (după dimensiuni, preferinţe)* *- înregistrarea în tabele a observaţiilor din investigaţii* *- extragerea şi sortarea de numere dintr-un tabel, pe baza unor criterii date* *- identificarea datelor din grafice cu bare şi din tabele* *- realizarea unor grafice cu bare pe baza unor informaţii date/culese*	

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare care să cuprindă 1 item obiectiv, 1 item semiobiectiv și 1 item subiectiv de tip rezolvare de probleme.

Notă: *Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează menționarea competenței specifice evaluate, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.*

Soluție:
Itemul obiectiv **3p**
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) **3p**

Itemul semiobiectiv **4p**
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) **3p**

Itemul subiectiv de tip rezolvare de probleme **4p**
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) **3p**