

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$   
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$r = a_2 - a_1 = 6$ , unde $r$ este rația progresiei aritmetice $a_3 = a_2 + r = 15$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(3) = 4, f(2) = 1, f(0) = -5$ $f(3) + f(2) + f(0) = 4 + 1 - 5 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$9x - 5 = 4$ $x = 1$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	$x - \frac{30}{100} \cdot x = 56$ , unde $x$ este prețul înainte de ieftinire $x = 80$ de lei	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$ $AC = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$ , deci $AB = AC$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $(\sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ) \cdot (\sin 45^\circ)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) =$ $= 1 + 4 = 5$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A + 3I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 2B(1)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$B(2x) = \begin{pmatrix} 2 & 2x \\ -1 & 4x \end{pmatrix}, B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} 2-2x & 4+x \\ -1-4x & -2+2x \end{pmatrix}, B(2x) - B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} 2x & x-4 \\ 4x & 2x+2 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = 20x$ , pentru orice număr real $x$ $20x = x^2$ , de unde obținem $x = 0$ sau $x = 20$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$0 * 1 = 0 \cdot 1 - 8 \cdot 0 - 8 \cdot 1 + 8 =$ $= 0 - 0 - 8 + 8 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * 2 = -6x - 8$ , pentru orice număr real $x$ $-6x - 8 = 2x$ , de unde obținem $x = -1$	<b>3p</b> <b>2p</b>

<b>c)</b>	$(8+m) \cdot (8+n) = mn - 56$ , pentru orice numere naturale $m$ și $n$	<b>2p</b>
	$mn - 56 = 2 \Leftrightarrow mn = 58$ și, cum $m$ și $n$ sunt numere naturale, cu $m < n$ , obținem perechile $(1, 58)$ și $(2, 29)$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{4(x+4) - (4x+7)}{(x+4)^2} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{4x+16-4x-7}{(x+4)^2} = \frac{9}{(x+4)^2}, x \in (-4, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+7}{x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{7}{x}}{1 + \frac{4}{x}} = 4$	<b>3p</b>
	Dreapta de ecuație $y = 4$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(a) = 1$	<b>2p</b>
	$\frac{9}{(a+4)^2} = 1$ , deci $(a+4)^2 = 9$ și, cum $a \in (-4, +\infty)$ , obținem $a = -1$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (f(x) - \sqrt{x+3}) dx = \int_1^2 2x dx = x^2 \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= 4 - 1 = 3$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^6 \frac{1}{f(x) - 2x} dx = \int_1^6 \frac{1}{\sqrt{x+3}} dx = 2 \int_1^6 \frac{(x+3)'}{2\sqrt{x+3}} dx = 2\sqrt{x+3} \Big _1^6 =$	<b>3p</b>
	$= 6 - 4 = 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}, x \in [0, 6]$ , deci $V = \pi \int_0^6 (g(x))^2 dx = \pi \int_0^6 \frac{x^2}{x+3} dx =$	<b>2p</b>
	$= \pi \int_0^6 \left( x - 3 + \frac{9}{x+3} \right) dx = \pi \left( \frac{x^2}{2} \Big _0^6 - 3x \Big _0^6 + 9 \ln(x+3) \Big _0^6 \right) = 9\pi \ln 3$	<b>3p</b>