

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$
Model aprilie 2025
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p** 1) Arătați că dacă $z^2 - 2z + 3 = 0$, unde z este un număr complex, atunci $z^3 - z = -6$.
- 5p** 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + m$, unde m este număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $f(x) > -2$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 - \log_x 2 = \log_2 (8x)$.
- 5p** 4) Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților cu 3 mai mare decât cifra zecilor.
- 5p** 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, -1)$ și $B(a, 3)$, unde a este un număr real. Determinați numărul real a , știind că mijlocul segmentului AB aparține dreptei de ecuație $y = x - 1$.
- 5p** 6) Determinați $x \in (0, \pi)$ știind că $\sin 2x - 4\sin x - \cos x + 2 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1)** Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ -1 & a+1 & -a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ ax - y + z = a - 3 \\ -x + (a+1)y - az = 7 \end{cases}, \text{ unde } a \text{ este număr real.}$$
- 5p** a) Arătați că $\det(A(a)) = (3a+4)(a-1)$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Arătați că pentru $a = 1$ sistemul **nu** admite soluții reale.
- 5p** c) Determinați numerele întregi a , pentru care sistemul de ecuații are soluția unică (x_0, y_0, z_0) , cu x_0, y_0 și z_0 numere întregi.
- 2)** Fie polinomul $f = X^4 - 8X^3 + 24X^2 + aX + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, care are rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3 și x_4 .
- 5p** a) Arătați că dacă polinomul f este divizibil cu $X - 2$, atunci $2a + b = -48$.
- 5p** b) Calculați $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2$.
- 5p** c) Determinați valorile reale ale numerelor a și b , știind că toate rădăcinile polinomului f sunt reale.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1) Se consideră funcția $f : R \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 4} + x$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 4} + x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}, x \in R$. |
| 5p | b) Demonstrați că graficul funcției f admite două asimptote. |
| 5p | c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x) - x}{x} \right)^x$. |
| | 2) Se consideră funcția $f : R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 1$. |
| 5p | a) Arătați că $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{3}{2}$. |
| 5p | b) Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x)} dx \leq \ln \sqrt{2}$. |
| 5p | c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{1}{f^n(x)} dx$. Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este monoton. |