

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Model aprilie 2025

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I
(30 puncte)

- 5p 1) Se consideră numărul complex $z = \frac{2-i}{2+i}$, $i^2 = -1$. Arătați că $|z| + 3 = \sqrt{5}|z+1|$.
- 5p 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 4$. Arătați că $f(0,3) + f(-0,3)$ este număr natural.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2} \lg(x-1)^2 = \lg 5 + \lg 7$.
- 5p 4) Determinați numărul natural nenul n știind că mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ are 45 de submulțimi cu două elemente.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(0,5)$, $C(-3,4)$ și $D(-2,1)$. Arătați că $ABCD$ este romb.
- 5p 6) Arătați că $\sin 50^\circ \cdot \sin 130^\circ = 1 - \sin^2 40^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea
(30 puncte)

- 1) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $A_n(n, n+2025)$, unde n este număr natural.
- 5p a) Determinați ecuația dreptei A_0A_1 .
- 5p b) Arătați că punctele A_0, A_1, A_2 sunt coliniare.
- 5p c) Arătați că aria triunghiului OA_nA_{n+1} nu depinde de numărul natural n .
- 2) Pe mulțimea $M = [0, \infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- 5p a) Arătați că $6 * 8 = 10$.
- 5p b) Determinați numărul real $x \in [0, \infty)$ pentru care $(x+1) * (3x) = 3$.
- 5p c) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.

SUBIECTUL al III-lea
(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$
- 5p a) Arătați că $f'(0) = 0$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ex-2}{x+\pi}$.

- 5p c) Arătați că $e^{\sqrt{2024}} + \sqrt{2025} \leq e^{\sqrt{2025}} + \sqrt{2024}$.
- 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \ln(2e)$.
- 5p b) Arătați că volumul corpului de rotație obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, unde $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$, $x \in [0, 1]$ este $\frac{31\pi}{5}$.
- 5p c) Determinați $a \in (0, \infty)$, $a \neq 1$ astfel încât $\int_0^1 f'(x) \cdot a^{f(x)} dx = \frac{2}{\ln a}$.