

EXERCIȚII DE ANTRENAMENT

EVALUARE NAȚIONALĂ 2025

Matematică

Notă: Materialul conține câteva probleme cu nivel ridicat de dificultate, deci se adresează în special elevilor care vor să obțină notă maximă, dar poate fi analizat de toți absolvenții de clasa a VIII-a. MULT SUCCES !!!

Subiectul al III-lea, exercițiul 1.

1. Pe două tăvi sunt așezate 100 de brișe. După ce de pe prima tavă se iau 17 brișe și de pe cea de a doua tavă se iau 23 de brișe, pe prima tavă rămân de trei ori mai multe brișe decât pe cea de a doua tavă.

- a) Este posibil ca cele două tăvi să aibă număr egal de brișe? Justificați răspunsul dat.
- b) Determinați numărul de brișe aflate inițial pe prima tavă.

2. Pe două rafturi se află cărți. Pe primul raft sunt de 4 ori mai multe cărți decât pe al doilea raft. Dacă s-ar lua 14 cărți de pe primul raft și s-ar așeza pe al doilea raft, atunci numărul cărților de pe al doilea raft ar fi egal cu două treimi din numărul cărților rămase pe primul raft.

- a) Este posibil să fie 8 cărți pe al doilea raft? Justificați răspunsul dat.
- b) Determinați numărul de cărți de pe primul raft.

Subiectul al III-lea, exercițiul 2.

1. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x+2}{x-2} + \left(1 + \frac{3}{x-2}\right) \cdot \frac{x-2}{x+1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 2$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{2x}{x-2}$, pentru orice număr real x , $x \neq -1$ și $x \neq 2$.

(3p) b) Determinați numerele naturale n pentru care numărul $E(n)$ este număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(1 + \frac{3}{x^2-4x}\right) \cdot \frac{x^2(x-1)(x-3)}{x(x-4)}$, unde x este număr real, $x \neq 0$ și $x \neq 1, x \neq 3, x \neq 4$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{1}{x^2}$, pentru orice număr real x , $x \neq 0$ și $x \neq 1, x \neq 3, x \neq 4$.

(3p) b) Arătați că $E(2023) + E(2024) + E(2025) < \frac{1}{674 \cdot 2025}$.

Subiectul al III-lea, exercițiile 4 și 5.

1. Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AD \perp DB$, $AB = 2BC$ și punctele M și N , mijloacele laturilor AB , respectiv CD .

- a) Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este de două ori mai mare decât perimetrul triunghiului AMD .
- b) Demonstrați că triunghiul MBN este echilateral.

2. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , punctele M și N situate în semiplanul determinat de dreapta BC și punctul A , astfel încât $MB \perp AB$, $MB = AB$ și $NC \perp AC$, $NC = AC$.

- a) Arătați că punctele M , A și N sunt coliniare.
- b) Demonstrați că $MN = \sqrt{2} (AB + AC)$.

3. Se consideră dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 5\sqrt{3} \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ și punctul O , intersecția diagonalelor AC și BD . Perpendiculara în O pe dreapta BD intersectează dreptele AB și AD în punctele E , respectiv F .

- a) Arătați că aria patrulaterului $AFBC$ este egală cu $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- b) Determinați măsura unghiului format de dreptele AC și DE .

4. Se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și punctul M aparținând laturii AB astfel încât $\triangle AMC \equiv \triangle DMB$.

- a) Arătați că punctul M este mijlocul laturii AB .
- b) Demonstrați că $\frac{CN}{MN} = \frac{OD}{MD}$, unde $AC \cap BD = \{O\}$ și $AD \cap BC = \{N\}$.

5. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $AB < AC$ și unghiul A are măsura de 60° . Înălțimile BE , cu $E \in AC$ și CF , cu $F \in AB$, ale triunghiului ABC se intersectează în punctul H . Mediatoarea segmentului BH intersectează latura AB în punctul P și mediatoarea segmentului CH intersectează latura AC în punctul Q .

- a) Arătați că $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$.
- b) Demonstrați că $BP + CQ = PQ$.

6. Se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12 \text{ cm}$, $CD = 4 \text{ cm}$, $AC \cap BD = \{O\}$, punctul $E \in AD$ astfel încât $OE \parallel AB$ și se notează cu F intersecția dreptelor BE și DC .

- a) Arătați că $OE = 3 \text{ cm}$.
- b) Demonstrați că $DC = DF$.